INSTITUT DES HAUTES ÉTUDES

POUR LE DÉVELOPPEMENT DE LA CULTURE, DE LA SCIENCE ET DE LA TECHNOLOGIE EN BULGARIE

http ://www.ccr.jussieu.fr/iheb/

Concours Général de Physique "Minko Balkanski"

3 mai 2003

La rédaction doit être obligatoirement en **français**.

Les quatres problèmes sont indépandents entre eux et peuvent être abordés dans n'importe quel ordre.
La durée de la composition est de **4 heures**.

La calculatrice **n'est pas** autorisée.

1 Premier Problème :Ordres de grandeur

Le but de ce premier problème est d'établir, à l'aide d'arguments qualitatifs simples, comment le seul jeu des forces électromagnétiques et gravitationnelles détermine l'échelle d'une planète habitable et une taille caracteristique de la vie animale à sa surface. On obtiendra, comme conséquence une évaluation du nombre d'Avogadro en terme des constantes fondamentales de la physique.

Dans les considérations qui vont suivre nous nous servirons du **Principe numéro Zéro de la physique** formulé par J.A.Wheeler comme il suit :

Dans (presque) toute expression physique,

les constantes sans dimensions sont de l'ordre de l'unité...

, à condition **"...que les grandeurs physiques soient correctement choisies"**. Nous allons utiliser ce principe pour estimer l'**ordre de grandeur** de différentes grandeurs physiques, c'est-à-dire des résultats qui ne différent que par une constante numérique (de l'ordre de l'unité) des véritables valeurs. Il est fort commode d'introduire une notation qui prenne en charge cette idée. Aussi noterons-nous l'égalité à une constante près (constante numérique sans dimension et de l'ordre de l'unité donc)par le signe $\approx$, et les inégalités à une constante près par les signes $\prec$ et $\succ$. A titre d'exemple, si nous considérons un objet de taille caractéristique l, sans plus de précisions sur sa forme, nous pourrons écrire son volume $v \approx l^3$. Nous allons donc considérer la matière constituée de protons et d'électrons en nombre égal. On peut aussi dire que nous considérons la matière comme faite d'une seule sorte d'atomes, les plus simples possibles. Cette hypothèse, quoiqu'un peu rustique, nous suffira pour les buts que nous nous sommes posés. Fixons alors nos notations concernant la taille, la masse et le nombre d'atomes, des trois objets de notre analyse la planète, l'animal et l'atome par le tableau suivant :

$Objet$	$Nombred'atomes$	$Masse$	$Taille$
$Atome$	1	μ	a
$Animal$	n	$m = n\mu$	$l \approx n^{1/3}a$
$Plante$	N	$M = N\mu$	$L \approx N^{1/3}a$

Les "tailles" sont à entendre comme donnant l'ordre de grandeur des dimensions géométriques des objets, dont nous supposons qu'elles ne diffèrent pas trop dans les diffèrentes directions. Cela va de soi pour les atomes et la planète, un peu moins pour les animaux ; mais nous considérerons les mille-pattes et les girafes comme des cas particuliers... Certaines grandeurs utiles sont données dans le formulaire (voir page 6).

1.1 Questions Préliminaires

(1.1.1) Donner, à partir des grandeurs caractéristiques des atomes, un ordre de grandeur de l'énergie gravitationnelle d'interaction entre deux atomes.

(1.1.2) Faire la même chose pour l'énergie d'interaction électromagnétique.

(1.1.3) Evaluer numériquement le rapport des deux énergies.

1.2 Première Partie : La Planète

Dans cette partie nous donnons une condition nécessaire à l'existence de la vie, telle que nous la connaissons sur terre, qui nous permettra d'estimer la taille d'une planète habitable.

> Un être vivant, forme d'organisation autonome et temporaire de la matière, doit être susceptible d'échanger de la matière avec son environnement, à la fois solide (croissance,nourriture, reproduction) et gazeux (respiration, métabolisme).

Cette simple exigence exerce une contrainte sévère sur la taille d'une planète susceptible d'abriter la vie, au point d'en déterminer l'ordre de grandeur..

(1.2.1) En s'appuyant sur l'écrantage des forces électromagnétiques, c'est-à-dire que un atome d'un assemblage d'atomes n'interagit qu'avec ses plus proches voisins, estimer l'ordre de grandeur de l'énergie électromagnétique d'une planète constituée de N atomes. Pourquoi peut-on dire que les interactions électromagnétiques ont la propriété de "saturation". Pouvez-vous donner des exemples convaincants de manifestations de ce phenomène dans la vie courante.

(1.2.2) Estimer un ordre de grandeur de l'énergie gravitationnelle de la-dite planète. On rappelle que pour estimer un ordre de grandeur les constantes numériques (de l'ordre de l'unité) ne doivent pas être prises en compte.

(1.2.3) Quelle inégalité doivent satisfaire ces énergies pour permettre de mettre "en pièces" la matière ce qui est nécessaire de point de vue physiologique. Définir le "nombre planétaire" vérifiant l'équation suivante :

$$N_p = (\frac{e^2}{G\mu^2})^{3/2} \tag{1}$$

(1.2.4) Pour qu'une (bio)chimie active puisse se dérouler, la témperature ne doit pas être trop basse (le facteur de Boltzmann inhibant les réactions chimiques), ni trop haute (déstabilisant les fragiles molécules organiques). L'énergie thermique moyenne doit être de l'ordre d'une énergie caractéristique, écrivez cette relation.

(1.2.5)L'athmosphère n'existe que si les atomes sont retenus à la surface de la planète. Ecrivez une condition sur l'énergie thermique moyenne qui tient compte de ce fait.

(1.2.6) En tenant compte de ces deux dernières conditions établir une borne inférieure du nombre d'atomes N de la planète.

(1.2.7) En regroupant les encadrements sur N trouvés dans les questions (1.2.3) et (1.2.6) montrez que le nombre N doit être de l'ordre deN_p. Faites l'application numerique. Evaluez l'ordre de grandeur de la taille et de la masse de la planète. Ce résultat vous semble-t-il raisonnable.

1.3 Deuxième Partie : L'Animal

Nous ne tenons compte, pour caractériser un animal vivant sur notre planète, que d'une condition mécanique minimale :

> Un animal doit pouvoir se déplacer sans risques à la surface de la planète : il doit être assez solide pour ne pas se briser lors d'une chute.

Par souci de simplicité on a choisi cette définition de l'animal qui ne prend pas en compte les insectes et d'autres espèces animales qui peuvent très bien tomber de plusieurs dizaines de mètres (et même s'envoler) sans se faire mal. Ici on s'occupera de ce modèle qui veut dire en d'autres termes, que l'énergie cinétique acquise lors d'une chute dans le champs de gravité à la surface de la planète (l'animal tombant de sa propre hauteur, soit l), doit rester largement inférieure à l'énergie nécessaire pour briser son corps.

(1.3.1) En estimant le nombre d'atomes dans une section plane du corps exprimer l'énergie de rupture.

(1.3.2) Estimer l'énergie cinétique acquise lors d'une chute de l'animal de sa propre hauteur l.

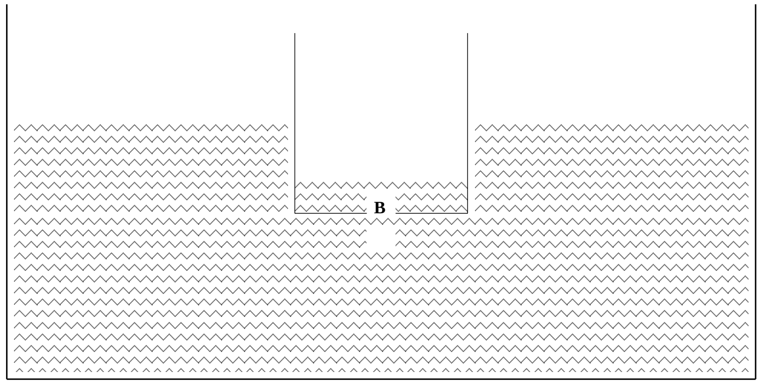

FIG. 1 – Casserole en train de couler

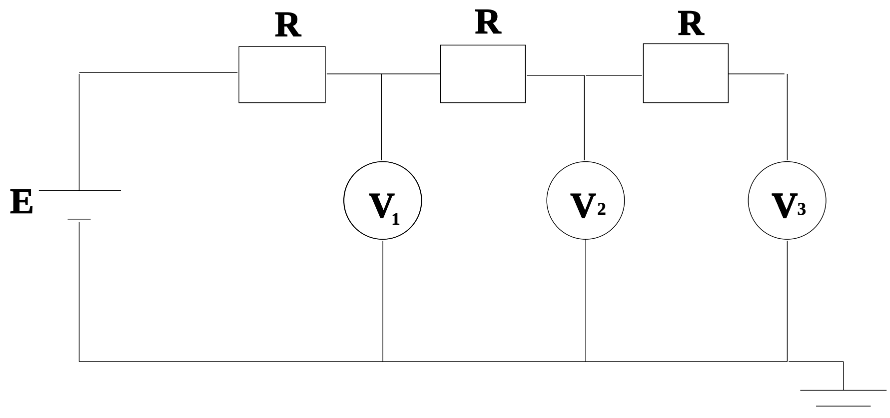

FIG. 2 – Montage d'électronique

(1.3.3) Quelle condition doit vérifier le nombre d'atomes n de l'animal. Exprimer cette relation en fonction de N_p seulement.

(1.3.4) Exprimer les grandeurs caractéristiques n_0, m_0 et l_0 en fonction des constantes fondamentales seulement. Faire l'application numérique. Commenter les résultats.

(1.3.5) Quelles réflexions vous inspire la valeur numérique de n_0 ? Quelle relation symbolique avez-vous envie d'écrire entre les échelles atomique, humaine et planétaire ?

2 Deuxième Problème : Temps pour faire couler une casserole

On cherche à calculer le temps que met une casserole percée au fond pour couler.

On considère pour cela qu'il s'agit d'un cylindre creux, de masse **M**, avec un fond mais sans couvercle, de hauteur **H**, de surface de base **S**, dont le fond est percé en son centre d'un trou de surface **s**.

On suppose que la casserole est plongée dans un réservoir d'eau de niveau constant et qu'elle coule verticalement. On appliquera le theorème de Bernoulli entre deux points infiniement voisins de part et d'autre de la parois inférieure de la casserole (voir fig. **??**).

Déterminer le temps mis par la casserole pour couler.

3 Troisième Problème : Trois voltmètres

On considère le montage de figure **??**. La source de tension est considérée comme idéale. Les résistances sont toutes égales à **R**. Les voltmètres ne sont *pas* idéaux mais ont une résistance finie identique $\mathbf{R_V}$. Les voltmètres $\mathbf{V_1}$ et $\mathbf{V_2}$ mesurent respectivement 100 V et 40 V.

Trouver la tension indiquée par le voltmètre V_3. Trouver la tension de la source. Que vaut le rapport de R et de la résistance interne des voltmètres R_V ?

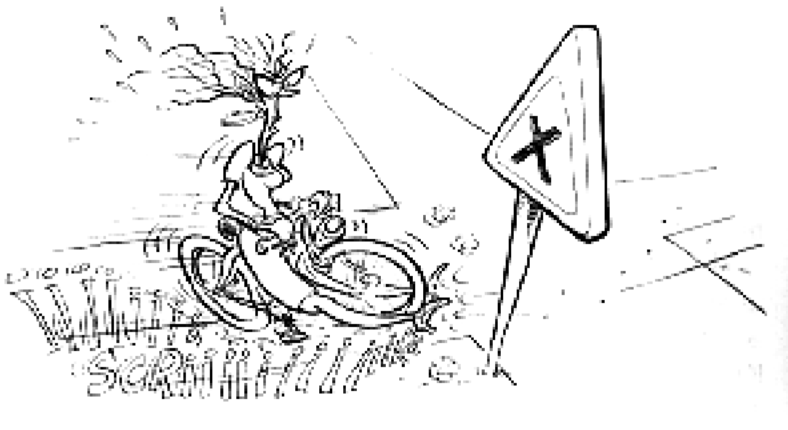

FIG. 3 – Zazie sur son vélo

4 Quatrième problème : Zazie fait du vélo

Zazie se promène en vélo. Arrivée à un carrefour, elle s'apprête à serrer les poignées de frein pour ralentir, quand elle est prise d'un doute soudain : “Les freins, comme la jante, appartiennent à un même système, le vélo.”, se dit-elle. “Les forces exercées par les freins sur les roues sont donc des forces internes au système vélo + Zazie, et sont équilibrées par la réaction des roues sur les freins. Jamais je ne vais pouvoir ralentir !”

On s'interesse uniquement au mouvement de la roue avant et du vélo. On considère que la roue roule sans glissement sur le sol. On note par **m** la masse de la roue et par **M** la masse du cadre du vélo.

1) Quelle condition sur l'accéleration et l'accéleration angulaire de la roue impose le roulement sans glissement de la roue sur le sol ?

2) En prenant en compte toutes les forces agissant sur la roue établir les équations de mouvement de la roue. Faire de même pour le cadre du vélo.

3) Expliquer pourquoi le vélo s'arrête quand on serre les freins.

5 *Formulaire*

Taille caractéristique de l'atome $a = 0,53.10^{-10} m$
Constante gravitationnelle $G = 6,67.10^{-11} m^2 kg^{-2}$
Masse caractéristique de l'atome $\mu = 1,67.10^{-27} kg$
Constante de Boltzmann $k = 1,38.10^{-23} JK^{-1}$
Charge de l'électron $q_e = 1,6.10^{-19} C$
Relation utile :

$$e^2 = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3.10^{-28} Jm \tag{2}$$

FIN